



¡Bienvenidos!





Iniciamos en...



PARA UN TROME EN MATEMÁTICA

Hola, se que eres muy buen@ es matemática, quisiera que me ayudes a realizar una multiplicación ligerita:

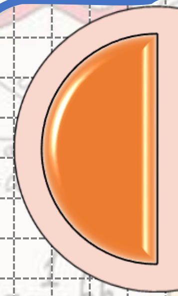
Solo tendrás que multiplicar 466 063 627 por 977 503 387, y el resultado obtenido multiplicarlo por 239?

Son pocos los buenos matemáticos en el mundo que se atrevieron a realizar esta multiplicación, y precisamente tú fuiste escogid@, ya que te considero buenaz@ en matemática.

Escribe tu respuesta en el chat.







Magnitudes proporcionales

Magnitud

Es todo aquello susceptible a ser medido y que puede ser percibido por algún medio. Una característica de las magnitudes es el poder aumentar o disminuir. A un niño se le podría medir: su peso, estatura, presión arterial, … etc.

Cantidad

Resultado de medir el cambio o variación que experimenta la magnitud.

MAGNITUD	CANTIDAD
Longitud	2km
Tiempo	7 días
# de obreros	12 obreros

RELACIONES ENTRE 2 MAGNITUDES

Dos magnitudes son proporcionales, cuando al variar el valor de una de ellas, el valor correspondiente de la otra magnitud cambia en la misma proporción. Se pueden relacionar de 2 maneras.

Magnitudes Directamente Proporcionales (DP)

Decimos que las magnitudes "A" y "B" son directamente proporcionales; si al aumentar o disminuir los valores de la magnitud de "A", el valor de "B" también aumenta o disminuye (en ese orden) en la misma proporción.

La condición necesaria y suficiente para que dos magnitudes sean D.P. es que el cociente de cada par de sus valores correspondientes, sea una constante.

Ejemplo:

Si compramos libros cada uno a S/. 2 (Precio constante); al analizar como varia el valor de costo total, cuando el número de libros varía, se tendrá:

×3 ×8 ÷6

COSTO TOTAL	2	6	48	8
# DE LIBROS	1	3	24	4

×3 ×8 ÷6

=> (Costo total) DP (# de libros)

Se observo:

$$\frac{\text{COSTO TOTAL}}{\text{\# DE CUADRENOS}} \rightarrow \frac{2}{1} = \frac{6}{3} = \frac{48}{24} = \frac{8}{4} = 2 \text{ (Constante)}$$

Magnitudes Directamente Proporcionales (DP)

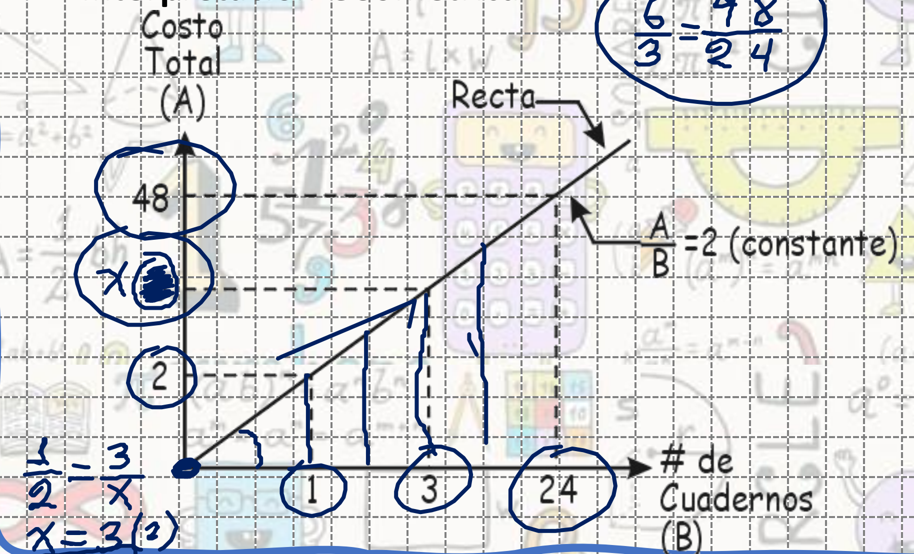
OJO:

DEBEMOS CONSIDERAR QUE AL RELACIONAR 2 MAGNITUDES, LAS DEMÁS NO DEBEN VARIAR DEL EJEMPLO ANTERIOR, EL PRECIO DE CADA LIBRO, NO VARÍA (PERMANECE CONSTANTE)

SI:

$$\text{"A" DP "B"} \leftrightarrow \frac{(\text{valor de A})}{(\text{valor de B})} = k \rightarrow \text{constante}$$

- **Interpretación Geométrica**



Magnitudes Directamente Proporcionales (DP)

IMPORTANTE:

I) LA GRÁFICA DE 2 MAGNITUDES D.P ES UNA RECTA QUE PASA POR EL ORIGEN DE COORDENADAS

II) EN CUALQUIER PUNTO DE LA GRÁFICA (EXCEPTO EL ORIGEN DE COORDENADAS) EL CONCIENTE DE CADA PAR DE VALORES CORRESPONDIENTES RESULTA UNA CONSTANTE.

III) SI TENEMOS QUE "A" DP "B"

	VALORES CORRESPONDIENTES				
MAGNITUD A	a_1	a_2	a_3	....	a_n
MAGNITUD B	b_1	b_2	b_3	....	b_n

SE VERIFICA:

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\ldots=\frac{a_n}{b_n}=k$$

IV) SI TENEMOS QUE "A" DP "B"

$F(x) = mx$

m: pendiente (constante)

I.E. Nº 31 "N.S.D.C." 1er Grado AREA: MATEMÁTICA SESIÓN Nº 21

Práctica

La magnitud A es D.P. a la magnitud B cuando A= 51, B = 3. Hallar el valor que toma B, cuando A = 34.

$\frac{A}{B} \Rightarrow \frac{51}{3}=\frac{34}{B}$

$51B = 3(34)$

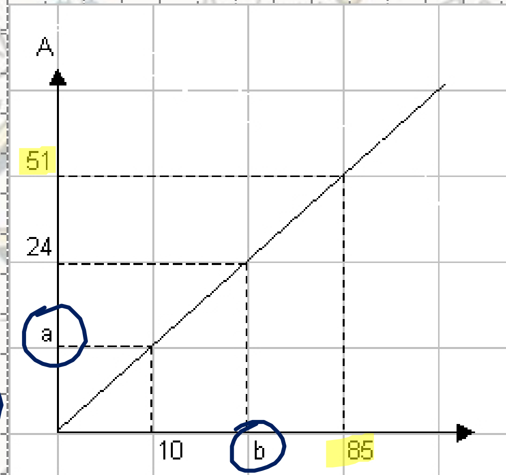
$B=\frac{3(34)}{51}$

$B=\frac{34}{17}$

$B=2$

$\Rightarrow \frac{51}{3}=\frac{34}{2}$

Del siguiente gráfico de magnitudes proporcionales, calcular (a + b)



$\frac{51}{85}=\frac{24}{b}$

$b(51)=24(85)$

$b=2040/51$

$b=40$

$\frac{51}{85}=\frac{a}{10}$

$51(10)=a(85)$

$510/85=a$

$6=a$

$\therefore a+b$

$6+40$

46

Práctica

Las magnitudes de a y b son D. P. Cuando a=20, b=5. Calcular cuando a=12.

Si A^2 y B son D. P., cuando A vale 10, B es 7. ¿Qué valor toma A cuando B vale 28?

$\frac{A^2}{B} \Rightarrow \frac{10^2}{7} = \frac{A^2}{28}$

$\frac{10^2(28)}{7} = A^2$

$10^2 \times 4 = A^2$

$10^2 \times 2^2 = A^2$

$(10 \times 2)^2 = A^2$

$20^2 = A^2$

$\sqrt{20^2} = A$

$20 = A$

$a^2 \cdot b^2$

$(a \cdot b)^2$

$a^3 = 8$

$a = \sqrt[3]{8}$

$a = 2$

I.E. Nº 31 "N.S.D.C." 1er Grado AREA: MATEMÁTICA SESIÓN Nº 21

Magnitudes inversamente proporcionales (IP)

- Se dice que "A" y "B" son inversamente proporcionales, si al aumentar o disminuir el valor de A, el respectivo valor de "B" disminuye o aumenta en la mismas proporción respectivamente.
- La condición necesaria y suficiente para que dos magnitudes sean IP es que el producto de cada par de sus valores correspondientes sea una constante.
- **A** I.P.**B** ←→ (valor de A)(valor de B) = cte
- Ejemplo:
- Para pintar las 60 habitaciones idénticas de un edificio se desea contratar obreros que pinten una habitación. Al analizar cómo varía el tiempo según el número de pintores contratados, se tendrá:

×2 ×3 ×5

N° DE PINTORES	1	2	6	30	12
N° DE DÍAS	60	30	10	2	5

÷2 ÷3 ÷5

Magnitudes inversamente proporcionales (IP)

- Interpretación geométrica

IMPORTANTE:

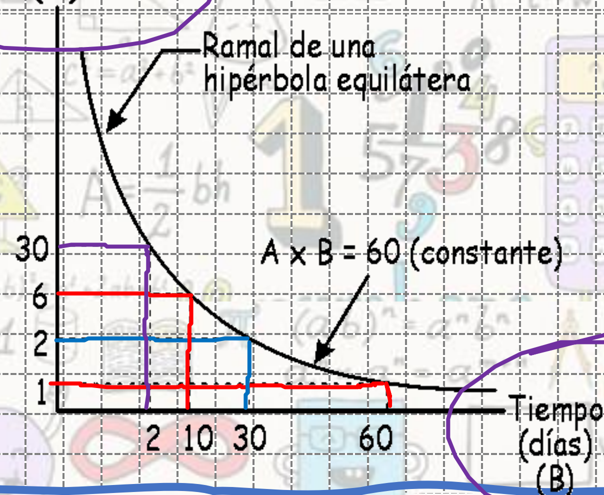
I) LA GRÁFICA DE DOS MAGNITUDES IP ES UNA RAMA DE HIPÉRBOLA EQUILÁTERA.

II) EN CUALQUIER PUNTO DE LA GRÁFICA EL PRODUCTO DE CADA PAR DE VALORES CORRESPONDIENTES RESULTA UNA CONSTANTE.

III) LA FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD INVERSA SERÁ:

$$F(x) = \frac{m}{x}$$

M : CONSTANTE [área del rectángulo bajo la curva]



Magnitudes inversamente proporcionales (IP)

IV) SI TENEMOS QUE "A" I.P. "B":

	VALORES CORRESPONDIENTES				
MAGNITUD A	a_1	a_2	a_3	....	a_n
MAGNITUD B	b_1	B_2		....	b_n

SE VERIFICA:

$$a_1 . b_1 = a_2 . b_2 = a_3 . b_3 = \ldots = an . bn = k$$

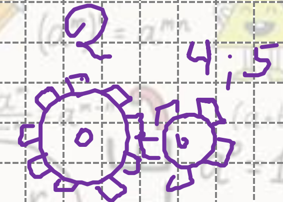
Propiedad básica

A D.P. B
A I.P. C
A D.P. D
A D.P. E

$$\Rightarrow \frac{A . C}{B . D . E} = Cte$$

Aplicaciones comunes

- (N° de obreros) DP (obra)
- (N° de obreros) IP (eficiencia)
- (N° de obreros) IP (N° de días)
- (N° de obreros) IP (horas diarias)
- (velocidades) IP (Tiempo)
- (N° de obreros) D P (Dificultad)
- (N° de dientes) I P (N° de vueltas)



Práctica

Si a y b son I.P. Cuando a vale 8, b vale 6. ¿Qué valor tomará a cuando b es 4?

$a \times b$

$8 \times 6 = a \times 4$

$\frac{8 \times 6}{4} = a$

$2 \times 6 = a$

$12 = a$

$a \times b = 8 \times 6 = a \times 4$

$8 \times 6 = a \times 4$

$\frac{8 \times 6}{4} = a$

$4 \times 3 = a$

$12 = a$

Si $\sqrt{a}$ y b son I. P. Cuando a = 100, b = 3. calcular b cuando a = 9

$\sqrt{a} \times b = \sqrt{100} \times 3 = \sqrt{9} \times b$

$\sqrt{100} \times 3 = \sqrt{9} \times b$

$\sqrt{10^2} \times 3 = \sqrt{3^2} \times b$

$10 \times 3 = 3 \times b$

$\frac{10 \times 3}{3} = b$

$10 = b$

Práctica

Si "a" es I.P. a "$b^2 - 1$", siendo "a" igual a 24 cuando "b" es igual a 10. hallar "a" cuando "b" es igual a 5.

$a(b^2-1) = 24(10^2-1) = a(5^2-1)$

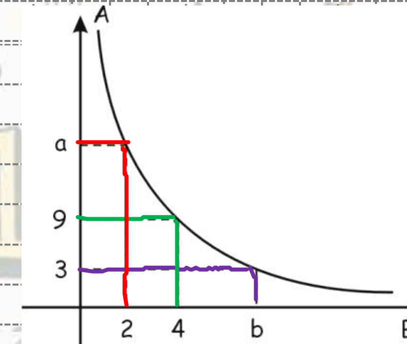
$24(10^2-1) = a(5^2-1)$

$24(100-1) = a(25-1)$

$24(99) = a(24)$

$\frac{24(99)}{24} = a \Rightarrow a = 99$

De la gráfica. Hallar "a + b"



$2 \times a = 4 \times 9 = b \times 3$

$2 \times a = 4 \times 9$

$a = \frac{4 \times 9}{2}$

$a = 2 \times 9$

$a = 18$

$4 \times 9 = b \times 3$

$\frac{4 \times 9}{3} = b$

$4 \times 3 = b$

$12 = b$

$\Rightarrow a + b = 12 + 18$

$a + b = 30$

Reto – Semana 15

- Sean las magnitudes **A** y **B**. Donde **A** es D.P a **(B^2 + 1)**. Si cuando **A = 8**, **B = 3**, ¿Qué valor tomara **A** cuando **B = 7**?
- Si las magnitudes son D.P. Calcular "**a + b + c**"

A	10	b	40	5
B	a	9	24	c

- Si: **P·V = k**. Hallar "**P**" cuando **V = 6**, si **P = 12** cuando **V = 4**
- Si: **a/b = k**. Hallar "**a**" cuando **b = 12**; si **a=18** cuando **b=9**.

I.E. Nº 31 "N.S.D.C." 1er Grado AREA: MATEMÁTICA SESIÓN Nº 21

Capitulo 2
El cuento de la cuenta

—Había una vez, hace mucho tiempo, un pastor que solamente tenía una oveja —empezó el hombre—. Como sólo tenía una, no necesitaba contarla: si la veía, es que la oveja estaba allí; si no la veía, es que no estaba, y entonces iba a buscarla... Al cabo de un tiempo, el pastor consiguió otra oveja. La cosa ya era más complicada, pues unas veces las veía a ambas, otras veces sólo veía una, y otras ninguna...

—Ya sé cómo sigue la historia —lo interrumpió Alicia—. Luego el pastor tuvo tres ovejas, luego cuatro..., y si seguimos contando más ovejas me quedaré dormida.

—No seas impaciente, que ahora viene lo bueno. Efectivamente, el rebaño del pastor iba creciendo poco a poco, y cada vez le costaba

más comprobar, de un solo golpe de vista, si estaban todas las ovejas o faltaba alguna. Pero cuando tuvo diez ovejas hizo un descubrimiento sensacional: si levantaba un dedo por cada oveja y no faltaba ninguna, tenía que levantar todos los dedos de las dos manos.

—Vaya tontería de descubrimiento —comentó Alicia.

—A ti te parece una tontería porque te enseñaron a contar de pequeña, pero al pastor nadie le había enseñado. Y no me interrumpas... Mientras el pastor sólo tuvo diez ovejas, todo fue bien; pero pronto consiguió algunas más, y entonces ya no le bastaban los dedos.

—Podía usar los dedos de los pies.

—Si hubiera ido descalzo, tal vez —convino él—. De hecho, algunas culturas antiguas los usaban, y por eso contaban de veinte en veinte en vez de hacerlo de diez en diez como nosotros. Pero el pastor llevaba alpargatas, y habría sido muy

I.E. Nº 31 "N.S.D.C." 1er Grado AREA: MATEMÁTICA SESIÓN Nº 21

incómodo tener que descalzarse para contar. De modo que se le ocurrió una idea mejor: cuando se le acababan los diez dedos, metía una piedrecita en su cuenco de madera, y volvía a empezar a contar con los dedos a partir de uno, pero sabiendo que la piedra del cuenco valía por diez.

— ¿Y no era más fácil acordarse de que ya había usado los dedos una vez?

—Como dice el proverbio, sólo los tontos se fían de su memoria. Además, ten en cuenta que nuestro pastor sabía que su rebaño iba a seguir creciendo, por lo que necesitaba un sistema que sirviera para contar cualquier cantidad de ovejas. Por otra parte, la idea de las piedras le vino muy bien para descansar las manos, pues en vez de levantar los dedos para la primera decena de ovejas, empezó a usar piedras que metía en otro cuenco, esta vez de barro.

— ¡Qué lío!

—Ningún lío. Es más fácil de hacer que de explicar: al empezar a contar las ovejas, en vez de levantar dedos iba metiendo piedras en el cuenco de barro, y cuando llegaba a diez vaciaba el cuenco y metía una piedra en el cuenco de madera, y luego volvía a llenar el cuenco de barro hasta diez. Si al final tenía, por ejemplo, cuatro piedras en el cuenco de madera y tres en el de barro, sabía que había contado cuatro veces diez ovejas más tres, o sea, cuarenta y tres.

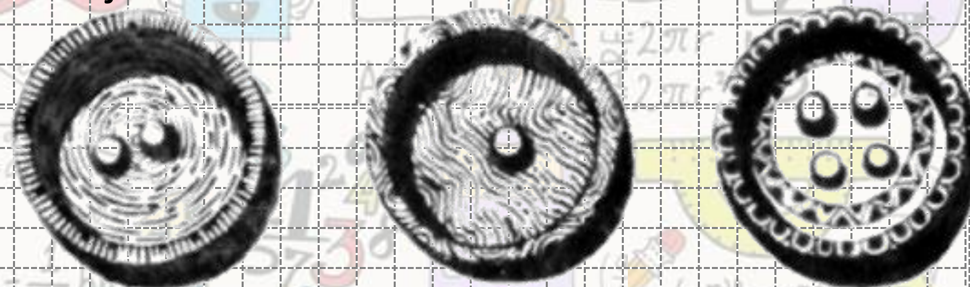
— ¿Y cuando llegó a tener diez piedras en el cuenco de madera?

—Buena pregunta. Entonces echó mano de un tercer cuenco, de metal, metió en él una piedra que valía por las diez del cuenco de madera y vació éste. O sea, que la piedra del cuenco de metal valía por diez del cuenco de madera, que

a su vez valían cada una por diez piedras del cuenco de barro.

—Lo que quiere decir que la piedra del cuenco de metal representaba cien ovejas.

—Muy bien, veo que has captado la idea. Si al cabo de una jornada de pastoreo, tras meter las ovejas en el redil y contarlas una a una, el pastor se encontraba, por ejemplo, con esto —dijo el hombre, tomando de nuevo el bolígrafo y dibujando en el cuaderno de Alicia:



—Quiere decir que tenía doscientas catorce ovejas —concluyó ella.

—Exacto, ya que cada piedra del cuenco de metal vale por cien, la del cuenco de madera vale por diez y las del cuenco de barro valen por

una.

Pero entonces al pastor le regalaron un bloc y un lápiz...

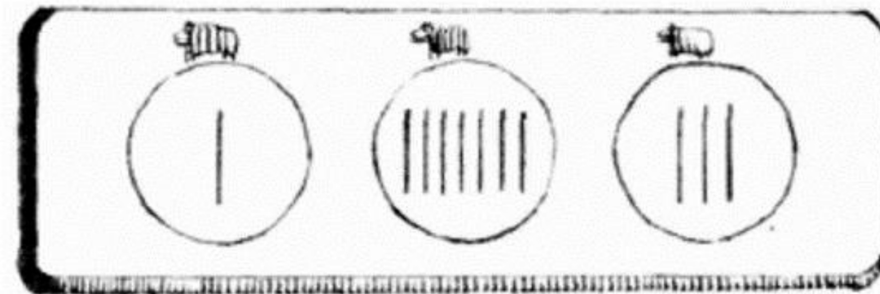
—No puede ser —protestó Alicia—, el bloc y el lápiz son inventos recientes; los números se tuvieron que inventar mucho antes.

—Esto es un cuento, marisabidilla, y en los cuentos pueden pasar cosas inverosímiles. Si te hubiera dicho que entonces apareció un hada con su varita mágica, no habrías protestado; pero mira cómo te pones por un simple bloc...

—No es lo mismo: en los cuentos pueden aparecer hadas, pero no aviones ni cosas modernas.

—Está bien, está bien: si lo prefieres, le regalaron una tablilla de arcilla y un punzón. Y entonces, en vez de usar cuencos y piedras de verdad, empezó a dibujar en la tablilla unos círculos que representaban los cuencos y a hacer marcas en su interior, como acabo de

hacer yo en tu cuaderno. Sólo que, en vez de puntos, hacía rayas, para verlas mejor. Por ejemplo, la figura siguiente significaba ciento setenta y tres.



Pero pronto se dio cuenta de que las rayas, si las hacía todas verticales, no eran muy cómodas, pues no resultaba fácil distinguir, por ejemplo, siete de ocho u ocho de nueve. Entonces empezó a diversificar los números cambiando la disposición de las rayas:



»A medida que iba familiarizándose con los nuevos números, los escribía cada vez más deprisa, sin levantar el lápiz del papel (perdón, el punzón de la tablilla), y empezaron a salirle así:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

»Poco a poco fue redondeando las siluetas de sus números con trazos cada vez más fluidos, hasta que acabaron teniendo este aspecto:

2 3 4 5 6 7 8 9

»Pronto comprendió que no hacía falta poner los círculos que representaban los cuencos, ahora que los números eran compactos y no podían confundirse las rayas de uno con las del de al lado. Así que sólo dejó el círculo del cuenco cuando estaba vacío; por ejemplo, si tenía tres centenas, ninguna decena y ocho unidades, escribía:

I.E. Nº 31 "N.S.D.C." 1er Grado AREA: **MATEMÁTICA** SESIÓN Nº 21

3 O 8

»Había inventado el cero, con lo que nuestro maravilloso sistema de numeración estaba completo.»

—No veo por qué es tan maravilloso —replicó Alicia—. A mí me parecen más elegantes los números romanos.

—Tal vez sean elegantes, pero resultan poco prácticos. Intenta multiplicar veintitrés por dieciséis en números romanos.

—No pienso intentarlo. ¿Te crees que me sé la tabla de multiplicar en latín?

—Pues escribe en números romanos tres mil trescientos treinta y tres.

—Eso sí que sé hacerlo —dijo Alicia, y escribió en su cuaderno:

MMMCCCXXXIII

—Reconocerás que es más cómodo escribir 3.333 en nuestro sistema posicional decimal.

—Sí, lo reconozco —admitió ella a regañadientes—. ¿Pero por qué lo llamas sistema posicional decimal?

—En el sistema romano, todas las M valen lo mismo, y también las demás letras, mientras que en nuestro sistema el valor de cada dígito depende de su posición en el número. Así, en el 3.333, cada 3 tiene un valor distinto: el primero de la derecha representa tres unidades, el segundo tres decenas, el tercero tres centenas y el cuarto tres millares. Por eso nuestro sistema se llama posicional. Y se llama decimal porque se salta de una posición a la siguiente de diez en diez: diez unidades son una decena, diez decenas una centena, diez centenas un millar...

